

MATEMÁTICA

INTRODUÇÃO

Matemática, estudo das relações entre quantidades, magnitudes e propriedades, e das operações lógicas utilizadas para deduzir quantidades, magnitudes e propriedades desconhecidas. No passado, a matemática era considerada a ciência da quantidade, aplicada às magnitudes (como na geometria), aos números (como na aritmética) ou à generalização de ambos (como na álgebra). Em meados do século XIX, a matemática passou a ser considerada como a ciência das relações, ou como a ciência que produz condições necessárias. Esta última noção abarca a lógica matemática ou simbólica — ciência que consiste em utilizar símbolos para gerar uma teoria exata de dedução e inferência lógica baseada em definições, axiomas, postulados e regras que transformam elementos primitivos em relações e teoremas mais complexos.

HISTÓRIA

As primeiras referências à matemática avançadas e organizadas datam do terceiro milênio a.C., na Babilônia e no Egito. Esta matemática estava dominada pela aritmética.

Os primeiros livros egípcios, escritos no ano 1800 a.C., mostram um sistema de numeração decimal com diferentes símbolos para as sucessivas potências de 10 (1, 10, 100, ...), semelhante ao sistema utilizado pelos romanos. Na geometria, foram obtidas as regras corretas para calcular a área de triângulos, retângulos e trapézios, e o volume de figuras como ortoedros, cilindros e pirâmides.

Os gregos usaram elementos da matemática dos babilônios e dos egípcios. A inovação mais importante foi a invenção da matemática abstrata, com base numa estrutura lógica de definições, axiomas e demonstrações. Este avanço começou no VI a.C., com Tales de Mileto e Pitágoras. Alguns de seus discípulos fizeram importantes descobertas sobre a teoria numérica e a geometria, que são atribuídas ao próprio Pitágoras. No final do século IV a.C., Euclides escreveu *Elementos*, obra que contém a maior parte do conhecimento matemático da época. O século posterior a Euclides esteve marcado por um grande desenvolvimento da matemática, como se pode comprovar nos trabalhos de Arquimedes e Apolônio. Este escreveu um tratado em oito volumes sobre as cônicas e estabeleceu seus nomes: elipse, parábola e hipérbole.

Os avanços dos matemáticos árabes, junto com as traduções dos gregos clássicos, foram os principais responsáveis pelo crescimento da matemática durante a Idade Média. Entre outros avanços, os matemáticos árabes ampliaram o sistema indiano de posições decimais na aritmética de números inteiros, estendendo-o às frações decimais. Al-Khwarizmi desenvolveu a álgebra dos polinômios. Os geômetras, como Ibrahim ibn Sinan, continuaram as investigações de Arquimedes sobre áreas e volumes.

Em 1545, o italiano Gerolamo Cardano publicou em sua obra *Ars magna* uma fórmula algébrica para a resolução das equações de terceiro e quarto graus. Esta conquista levou os matemáticos a se interessarem pelos números complexos e estimulou a busca de soluções semelhantes para equações de quinto grau ou mais. Também no século XVI, começaram a ser utilizados os modernos símbolos matemáticos e algébricos. O século XVII começou com a descoberta dos logaritmos pelo matemático John Napier. Na geometria pura, Descartes publicou em seu *Discurso do método* (1637) sua visão da geometria analítica, que mostrava como utilizar a álgebra para investigar a geometria das curvas. Outro avanço importante na matemática do século XVII foi o surgimento da teoria da probabilidade. No entanto, o acontecimento mais importante do século na matemática foi o estudo dos cálculos diferencial e integral por Newton, entre 1664 e 1666. Alguns anos mais tarde, o alemão Leibniz também descobriu o cálculo e

foi o primeiro a divulgá-lo, em 1684 e 1686. O sistema de notação de Leibniz é usado hoje no cálculo. O grande matemático do século XVIII foi o suíço Euler, que contribuiu com idéias fundamentais sobre cálculo e outros ramos da matemática e suas aplicações. Em 1821, o matemático francês Cauchy conseguiu um enfoque lógico e apropriado do cálculo, baseado apenas em quantidades finitas e no conceito de limite. Além de fortalecer os fundamentos da análise, nome dado a partir de então às técnicas do cálculo, os matemáticos do século XIX realizaram importantes avanços nesta parte. No início do século, Gauss deu uma explicação adequada sobre o conceito de número complexo.

Outra descoberta do século XIX, que na época foi considerada abstrata e inútil, foi a geometria não-euclidiana. Os fundamentos da matemática foram completamente transformados no século XIX, principalmente pelo inglês George Boole, em seu livro *Investigações das leis do pensamento, sobre as quais se baseiam as teorias matemáticas da lógica e das probabilidades* (1854) e por Cantor em sua teoria dos conjuntos. O computador revolucionou a matemática e converteu-se num elemento primordial. Este avanço deu grande impulso a certos ramos da matemática, como a análise numérica e a matemática finita, e gerou novas áreas de investigação, como o estudo dos algoritmos. Tornou-se, portanto, uma poderosa ferramenta em campos tão diversos quanto a teoria numérica, as equações diferenciais e a álgebra abstrata.¹

Tales de Mileto (625?-546?), filósofo grego pré-socrático (ver Sócrates). Sua fama se deve sobretudo à elaboração dos teoremas que levam seu nome. Um deles, o Teorema de Tales, um enunciado básico da geometria, afirma que “toda reta paralela a um dos lados do triângulo forma outro triângulo semelhante ao primeiro”. Foi um dos fundadores da filosofia grega e é considerado um dos Sete sábios da Grécia.²

Pitágoras (c. 582-c. 500 a.C.), filósofo e matemático grego. Suas doutrinas influenciaram Platão. Até o ano 530 a.C., Pitágoras viveu em Crotona, uma colônia grega ao sul da Itália, onde fundou um movimento com propósitos religiosos, políticos e filosóficos, conhecido como pitagorismo. Sua filosofia só é conhecida através da obra de seus discípulos.

Os pitagóricos aconselhavam obediência, silêncio, abstinência de alimentos, simplicidade no vestir e nas posses e o hábito da auto-análise. Acreditavam na imortalidade e na transmigração da alma.

Entre as amplas investigações matemáticas realizadas pelos pitagóricos destacam-se os estudos dos números pares e ímpares, dos números primos e dos quadrados. Através destes estudos, foi estabelecido uma base científica para a matemática. Em geometria, a grande descoberta da escola foi o teorema da hipotenusa, conhecido como teorema de Pitágoras. A astronomia dos pitagóricos marcou um importante avanço no pensamento científico clássico já que foram eles os primeiros a considerar a Terra como um globo que gira, junto a outros planetas, em torno de um fogo central.³

Euclides (300?a.C.), matemático grego, considerado o mais importante da Antigüidade greco-romana. Sua obra principal, *Elementos*, é um extenso tratado de matemática em 13 volumes, sobre assuntos como geometria plana, proporções, propriedades dos números e geometria espacial.

1

2

3

Pouco se sabe sobre sua vida. Foi provavelmente educado em Atenas, por discípulos de Platão. Ensinou geometria em Alexandria, onde fundou uma escola de matemática. Os *Elementos* se tornaram conhecidos na Europa através de estudiosos árabes instalados na península Ibérica. A primeira tradução direta do grego só foi feita em 1505, mas a partir daí as edições se sucederam. Na obra, Euclides reúne e sistematiza o trabalho de matemáticos que o precederam, como Eudoxio, daí porque historiadores divergem sobre a originalidade de suas contribuições. Mas a ele são atribuídas muitas descobertas originais no campo da teoria dos números.⁴

Arquimedes (287-212 a.C.), famoso matemático e inventor grego. Escreveu importantes obras sobre geometria plana e espacial, aritmética e mecânica.

Nasceu em Siracusa, na Sicília, e estudou em Alexandria, no Egito. Antecipou-se a muitas das descobertas da ciência moderna no campo da matemática pura, como o cálculo integral, com seus estudos sobre áreas e volumes de figuras sólidas curvas e sobre as áreas de figuras planas. Demonstrou também que o volume de uma esfera equivale a dois terços do volume do cilindro que a circunscreve.

Em mecânica, definiu a lei da alavanca e é considerado o inventor da polia composta. Durante sua estada no Egito, inventou o “parafuso sem fim” para elevar o nível da água. Mas é conhecido principalmente por ter enunciado a lei da hidrostática, o chamado princípio de Arquimedes. Essa lei estabelece que todo corpo submerso em um fluido experimenta perda de peso igual ao peso do volume do fluido que o corpo desloca. Diz-se que essa descoberta foi feita enquanto o matemático se banhava e meditava sobre um problema que lhe fora apresentado pelo rei: como distinguir uma coroa de ouro puro de outra que contivesse prata. Observando o deslocamento e transbordamento da água à medida que seu corpo submergia, concluiu que se a coroa, ao submergir, deslocasse quantidade de água equivalente a seu peso em ouro, isto significaria que não continha outro metal. Conta-se que ficou tão entusiasmado que saiu nu para a rua gritando *heureka*, palavra grega que significa “achei”.

Arquimedes passou a maior parte de sua vida na Sicília, em Siracusa e arredores, dedicado à pesquisa e aos experimentos. Embora não tivesse nenhum cargo público, durante a conquista da Sicília pelos romanos pôs-se à disposição das autoridades e muitos de seus instrumentos mecânicos foram utilizados na defesa de Siracusa. Entre os aparatos de guerra cuja invenção lhe é atribuída está a catapulta e um sistema de espelhos (talvez lendário) que incendiava as embarcações inimigas ao focá-las com os raios de sol.

Durante a conquista de Siracusa, na segunda Guerra Púnica, foi assassinado por um soldado romano que o encontrou desenhando um diagrama matemático na areia. Conta-se que Arquimedes estava tão absorto em suas operações que ofendeu o intruso ao dizer-lhe: “Não desmanche meus diagramas”. Muitas de suas obras sobre matemática e mecânica foram preservadas, entre elas o *Tratado dos corpos flutuantes*, *Arenário* e *Sobre o equilíbrio dos planos*.⁵

Apolônio de Perga, matemático grego, chamado ‘O Grande Geômetra’. Viveu durante os últimos anos do século III até princípios do século II a.C. Escreveu sobre cálculos aritméticos, estatística e geometria.⁶

4

5

6

INTRODUÇÃO

Símbolos matemáticos, figuras, sinais e abreviaturas usados em matemática para indicar entidades, relações e operações.

HISTÓRIA

A origem e a evolução dos símbolos matemáticos não são bem conhecidas (Para mais informações sobre a provável origem dos números de 1 a 9, ver Numeração). Johannes Kepler começou a usar a vírgula para separar os espaços decimais.

Os sinais + e - foram usados pela primeira vez em 1489 pelo alemão Johann Widman. O inglês William Oughtred foi o primeiro a usar o sinal \times em vez da palavra “vezes”.

Leibniz utilizava um ponto para indicar a multiplicação e, em 1637, o francês Descartes começou a usar a justaposição dos fatores. Para a divisão, Leibniz foi o primeiro a usar a forma $a : b$. Descartes popularizou a notação a^n para a potenciação e o inglês John Wallis definiu os expoentes negativos e utilizou o símbolo (∞) para representar infinito.

O sinal de igualdade, $=$, foi criado pelo inglês Robert Recorde. Os símbolos de diferenciação, dx , e de integração, \int , empregados no cálculo, foram criados por Leibniz. O matemático suíço Leonhard Euler é o principal responsável pelos símbolos \mathcal{A} , f , F , usados na teoria de funções.⁷

Geometria não-euclidiana, ramo da geometria baseada em axiomas diferentes daqueles utilizados por Euclides nos *Elementos*. O matemático alemão Carl Friedrich Gauss, o matemático russo Nikolai Ivanovich Lobachevsky e o húngaro János Bolyai foram os fundadores da geometria não-euclidiana *hiperbólica*, que descreve a geometria de um plano que está formado não apenas pelos pontos interiores de um círculo no qual todas as linhas retas possíveis são cordas do círculo. Como se vê na figura 1, pode-se desenhar um número infinito de linhas paralelas à linha L que passem pelo ponto P sem que se cortem. Da mesma maneira, Bernhard Riemann elaborou a geometria não-euclidiana *elíptica*, a geometria da superfície de uma esfera na qual todas as linhas retas são círculos máximos. A figura 2 mostra a impossibilidade de desenhar um par de linhas paralelas nesta superfície.